BAC TCVA

Promotion 2008-2010 **26/06/2009**

MP1– CCF Mathématiques

Durée de l'épreuve : 2 heures

Consignes : *1- Aucun document n'est autorisé.*
2- Calculatrice autorisée pour réaliser des opérations de calculs ou bien une programmation, à partir des données fournies par le sujet. Tout autre usage est interdit.

Exercice 1

Une salle de spectacle comporte 150 places. Ces places sont vendues selon 2 tarifs :
Tarifs A : une place coûte 12€. Tarif B : une place coûte 20€.
Le directeur de la salle estime que le spectacle produit est rentable si la recette est supérieure ou égale à 2400€.
On appelle x le nombre de places vendues au tarif A et y le nombre de places vendues au tarif B.

1- Ecrivez les équations relatives aux contraintes du problème.
2- Résolvez graphiquement (sur l'annexe, 1cm pour 10 places) le système suivant :

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 3x + 5y \geq 600 \\ x + y \leq 150 \end{cases}$$

3- La vente de 60 places au tarif A et de 65 places au tarif B est-elle rentable ?

Exercice 2

Un salarié a perçu en 2008 un salaire annuel de 16 615 euros. Son contrat prévoit une augmentation de 4% à chaque mois de janvier.

1- Quel sera son salaire annuel en 2009 ?
2- Définir la suite numérique décrite dans l'énoncé.
3- Quel sera son salaire annuel en 2015 ?
4- Combien aura-t-il touché sur la période de 2009 à 2015 ?

Exercice 3

L'étude de la fréquentation du stand AQUAMONDE à permis de réaliser un ajustement du nombre de visiteur sur une durée de 10 jours, à l'aide de la fonction définie par :

$$f(x) = -5x^3 + 75x^2 - 240x + 350 \qquad \text{pour } x \text{ compris entre 1 et 10.}$$

1- Complétez le tableau de valeurs fourni en annexe.
2- Calculez la dérivée $f'(x)$ de la fonction $f(x)$.
3- Montrez que les solutions de l'équation : $f'(x) = 0$, sont 2 et 8.
4- En déduire une factorisation de $f'(x)$.
5- Dressez le tableau de variations de la fonction $f(x)$.
6- Quand faut-il s'attendre à recevoir le plus de visiteurs sur le stand ?
7- Tracez la courbe représentative de la fonction sur l'intervalle [1 ; 10].
Unités graphiques : 1cm pour une unité sur l'axe des abscisses et 2cm pour 100 personnes sur l'axe des ordonnées.
8- Déterminez l'équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse $x = 3$.

ANNEXE

NOM :
PRENOM :

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
f(x)										

GRILLE D'EVALUATION

OBJECTIFS OU CAPACITES	QUESTIONS ETAPES	CRITERES	BAREME
Analyser une information. Préparer le traitement de cette information. Utiliser ses connaissances sur les systèmes d'inéquations.	I.1. Ecrire les contraintes du problème sous forme d'équations.	Démarche et exactitude du résultat.	/1
	I.2. Résoudre un système d'inéquations.	Démarche et exactitude du résultat.	/3
	I.3. Vérifier si un couple est solution.	Démarche et exactitude du résultat.	/1
		Total exercice1	/5
Analyser une information. Préparer le traitement de cette information. Utiliser ses connaissances sur les suites.	II.1. Appliquer un pourcentage d'augmentation.	Démarche et exactitude du résultat.	/0,5
	II.2. Définir une suite.	Précision de la nature, du premier terme et de la raison.	/1
	II.3. Calculer le $7^{\text{ème}}$ terme d'une suite.	Démarche et exactitude du résultat.	/1
	II.4. Calculer la somme des 7 premiers termes d'une suite.	Démarche et exactitude du résultat.	/1,5
		Total exercice 2	/4
Etre capable d'utiliser des connaissances en analyse. Interpréter les résultats d'une étude de fonction dans le cadre d'un problème concret.	I.1. Compéter un tableau de valeurs.	Exactitude des résultats.	/1,5
	I.2. Déterminer la dérivée d'une fonction.	Exactitude du résultat.	/0,5
	I.3.Résoudre f'(x)=0.	Démarche et exactitude du résultat.	/2
	I.4. Factoriser f'(x)	Exactitude du résultat.	/0,5
	I.5. Dresser un tableau de variations.	Démarche et exactitude du résultat.	/2
	I.6. lire le maximum d'une fonction.	Exactitude du résultat.	/0,5
	I.7. Tracer la courbe représentative de la fonction f.	Exactitude.	/1
		Soin.	/0,5
		Respect des unités	/0,5
	1.8. Déterminer l'équation de la tangente à la courbe quand x=3.	Démarche et exactitude du résultat.	/2
		Total exercice 3	/11
		TOTAL	/20

FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES – BAC PRO

(toute autre formule peut être fournie avec le sujet)

ALGÈBRE :

- $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$; $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$; $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$.
- équation du second degré : $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) avec $\Delta = b^2 - 4ac$.

  ➨ si $\Delta < 0$, l'équation n'admet pas de solution dans IR

  ➨ si $\Delta = 0$, l'équation admet la solution double $-\dfrac{b}{2a}$

  et $ax^2 + bx + c = a\left(x + \dfrac{b}{2a}\right)^2$.

  ➨ si $\Delta > 0$, l'équation admet deux solutions réelles distinctes :

  $$x' = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{et} \quad x'' = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}.$$

  et $ax^2 + bx + c = a(x - x')(x - x'')$.

SUITES NUMÉRIQUES :

- suite arithmétique de premier terme u_0 et de raison r :

  $$u_n = u_0 + nr \quad \text{et} \quad u_0 + u_1 + \ldots\ldots + u_n = \frac{(n+1)(u_0+u_n)}{2}.$$

- suite géométrique de premier terme u_0 et de raison q :

  $$u_n = u_0 \times q^n \quad \text{et} \quad u_0 + u_1 + \ldots\ldots + u_n = u_0 \times \frac{1-q^{n+1}}{1-q} \quad (q \neq 1).$$

GÉOMÉTRIE : ABC étant un triangle quelconque avec AB = c ; AC = b et BC = a

- formule d'Al Kashi : $a^2 = b^2 + c^2 - 2\,bc \cos \hat{A}$;
- formule de Héron :

  l'aire est $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ avec $p = \dfrac{a+b+c}{2}$ (demi – périmètre).

STATISTIQUES :

n_i désigne l'effectif correspondant au caractère x_i et N l'effectif total.

- moyenne : $\bar{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} n_i x_i}{N}$; • variance : $V = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$;
- écart - type : $\sigma = \sqrt{V}$.

LOGARITHMES ET EXPONENTIELLES :

- $\ln 1 = 0$; $\ln e = 1$; $e^0 = 1$; $e^1 = e$.
- pour a et b réels strictement positifs :

  $\ln ab = \ln a + \ln b$; $\ln\left(\dfrac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$; $\ln\left(\dfrac{1}{a}\right) = -\ln a$; $\ln a^n = n \ln a$ (n entier).

- pour a et b réels quelconques : $e^{a+b} = e^a \times e^b$; $e^{a-b} = \dfrac{e^a}{e^b}$.
- pour tout réel x, $\ln(e^x) = x$; pour tout réel $x > 0$, $e^{\ln x} = x$.
- pour tout réel $x > 0$, $\log x = \dfrac{\ln x}{\ln 10}$, (log désigne la fonction logarithme décimal)

ANALYSE :

- **Dérivées et primitives :** k désigne une constante réelle.

$f(x)$	$f'(x)$	$F(x)$
a (constante réelle)	0	$ax + k$
x	1	$\frac{1}{2}x^2 + k$
x^n , $n \in \mathbb{N}^*$	nx^{n-1}	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + k$
$\frac{1}{x}$, x non nul	$-\frac{1}{x^2}$, x non nul	$\ln x + k$ pour $x > 0$
$\frac{1}{x^2}$, x non nul	$-\frac{2}{x^3}$, x non nul	$-\frac{1}{x} + k$, x non nul
$\ln x$, $x > 0$	$\frac{1}{x}$, $x > 0$	
e^x	e^x	$e^x + k$
e^{ax}, a constante réelle	$a \times e^{ax}$	$\frac{1}{a} \times e^{ax} + k$ pour a non nul.

- **Dérivation : opérations.**

$(u + v)' = u' + v'$; $(ku)' = ku'$; $(u \times v)' = u' \times v + u \times v'$;

$\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$; $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \times v - u \times v'}{v^2}$.

- **Calcul intégral :**

Si F est une primitive de f sur [a ; b], $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$.